

Zur Theorie der Rollreibung zylindrischer Kunststofflaufräder

K. Knothe und G. Wang, Berlin

Inhalt. Die vorliegende Arbeit befaßt sich mit der theoretischen Untersuchung des Problems „Rollender Kontakt“ bei viskoelastischen Walzen. Coulombsche Trockenreibung im Kontaktgebiet wird bei der Untersuchung berücksichtigt. Ausgehend von einem 3-Parameter-Modell (Poynting-Körper), wird das zweidimensionale stationäre Kontaktproblem formuliert und numerisch gelöst. Die Spannungsverteilung im Kontaktgebiet bzw. in der Walze, die Rollwiderstandskraft und die Kraftschluß-Schlupf-Kurve sowie andere Größen sind grafisch dargestellt.

Anwendungen. Die Anzahl der Gestaltungsvarianten (Form, Werkstoff) bei Wälzkörpern aus Kunststoff mit Rollreibung ist so groß, daß der Aufwand experimenteller Untersuchungen mit Hilfe einer wirklichkeitsnahen Theorie begrenzt werden sollte, die besonders zu Erwärmungsberechnungen verwendet werden kann. Das vorhandene Datenverarbeitungsprogramm macht das theoretische Modell auch für die Praxis anwendbar.

1 Einführung

Mit der Weiterentwicklung der Werkstofftechnik finden immer mehr Laufräder oder Walzen aus Kunststoff in technischen Geräten und Anlagen Anwendung. Gegenüber den häufig vorkommenden Stahlrädern sind bessere Schwingungsdämpfung, ruhigerer Lauf und geringeres Gewicht sowie größere Bruchdehnung einige der Vorzüge dieser Räder bzw. Walzen.

Die Kenntnis des Wälzkontakts beim Rollvorgang ist für den sicheren Entwurf, die Konstruktion und die Beanspruchung von derartigen Walzen von großer Bedeutung.

Gegenüber den metallischen Rollen muß das viskoelastische Werkstoffverhalten von Kunststoffrollen bei der theoretischen Untersuchung des Rollvorgangs berücksichtigt werden. Es ist schon bekannt, daß bei Kunststoffen neben Elastizitätsmodul und Querkontraktionszahl auch noch entsprechende Größen für die Materialdämpfung eingeführt werden müssen, die unter anderem von der Temperatur, der Beanspruchungshöhe und der Beanspruchungsfrequenz abhängen. Aufgrund derartiger Eigenschaften von Kunststoffen wird die Behandlung des Problems „Viskoelastischer Rollkontakt“ erheblich erschwert. Die folgenden Untersuchungen beschränken sich daher auf einen Teilaspekt.

Ziel dieser Arbeit ist die Entwicklung eines numerischen Verfahrens zum Lösen des Problems „Viskoelastischer Rollkontakt“ im allgemeinen Fall unter Berücksichtigung der Coulombschen Trockenreibung. Die erzielten Ergebnisse sollen einerseits dem Ingenieur beim Entwurf und der Konstruktion von Kunststoffrollen theoretische Vorhersagen ermöglichen, sie können andererseits aber auch als Vergleichslösungen bei experimentellen Untersuchungen am Rollprüf-

stand zur Rollreibung und zum Energieverlust viskoelastischer Walzen Verwendung finden.

2 Stand der Kenntnisse

Im elastischen Fall ist die Druckverteilung beim rollenden Kontakt zweier Walzen aus gleichem Material symmetrisch und bei Walzen aus unterschiedlichem Material nahezu symmetrisch [1, 2]. Beim rollenden Kontakt zweier viskoelastischer Walzen hingegen tritt im allgemeinen keine symmetrische Druckverteilung in der Kontaktfläche auf. Ursache für die asymmetrische Druckverteilung ist vor allem die Spannungsrelaxation des viskoelastischen Materials. Eine Folge der asymmetrischen Druckverteilung ist, daß ein zusätzliches Antriebsmoment für die Aufrechterhaltung einer stationären Rollbewegung erforderlich ist. Die hierbei aufgebrauchte Antriebsenergie wird über innere Dämpfung im viskoelastischen Material in Wärme umgesetzt.

Eine andere Art des Energieverlustes entsteht aufgrund der Coulombschen Trockenreibung. Die Reibleistung ist durch das Produkt aus Tangentialkraft und Starrkörper-Relativgeschwindigkeit im Kontaktgebiet definiert. Dieser Teil des Energieverlustes hängt im wesentlichen vom Reibbeiwert, vom Schlupf und der Rollgeschwindigkeit ab, die ihrerseits die Tangentialspannungsverteilung im Kontaktgebiet bestimmen.

Der gesamte Energieverlust beim Rollvorgang setzt sich aus den beiden Anteilen viskoelastischer Effekt und Coulombsche Reibung zusammen.

Das Problem des rollenden Kontakts zweier elastischer Rotationskörper ist im wesentlichen gelöst. Die Lösung des Normalkontaktproblems geht zurück auf Hertz, das Tangentialkontaktproblem wurde für den Fall zweier Walzen aus gleichem Material von Carter [3] behandelt. Lösungen für Walzen aus unterschiedlichem Material stammen beispielsweise von Bufler [1] sowie von Bental und Johnsen [2]. Das Rollkontaktproblem für zwei beliebige Rotationskörper wurde von Kalker [4, 5] allgemeingültig behandelt.

Eine völlig andere Situation liegt beim Rollkontakt zweier Kunststoffwalzen vor. Nach den Kenntnissen der Autoren beschränken sich die bisher theoretischen Untersuchungen zum Rollkontakt zweier Walzen, von denen mindestens eine Walze aus viskoelastischem Material besteht, in erster Linie auf das zweidimensionale Normalkontaktproblem (z. B. in [6, 7]). Dabei wird im Prinzip der Kontaktvorgang als ein idealisierter reibungsfreier Zustand betrachtet. Eine der jüngsten Forschungsarbeiten auf dem Gebiet ist die Dissertation von Lütkebohle [8]. Er hat neben experimentellen Versuchen

auch theoretische Untersuchungen durchgeführt. Hierbei wird eine eindimensionale, durch das Maxwell-Modell dargestellte Spannung-Verzerrung-Beziehung zugrunde gelegt. Seine Vorgehensweise zur Ermittlung der Druckverteilung im Kontaktgebiet ist allerdings unzulässig, da zum einen der eingeführte sinusförmige Ansatz die Druckverteilung im Kontaktgebiet im allgemeinen Fall nicht beschreiben kann und zum anderen weiterhin die Hertzsche Theorie Grundlage der Berechnung bleibt.

Goriacheva [9] hat weitergehend das Normal- und Tangentialkontaktproblem bei Berücksichtigung der Reibung analytisch gelöst, ausgehend von der Voraussetzung, daß es sich um Walzen aus gleichem Material handelt. Das Verfahren fordert allerdings für die Ermittlung der Spannungen in der Kontaktfläche sehr großen numerischen Aufwand. Oden und Liu [10] haben das Abrollen eines viskoelastischen Zylinders auf einem starren Halbraum mit der Methode der Finiten Elemente behandelt, wobei die Reibung und die Massenkraft berücksichtigt wurden. Angesichts der notwendigen feinen Diskretisierung im ganzen Körper ist ein leistungsfähiger Rechner mit großem Speicherplatz für die Berechnung mit der Methode der Finiten Elemente erforderlich. Außerdem zeigte sich bei manchen Fällen an den Endergebnissen, daß numerische Instabilitäten auftreten. Arbeiten mit dem Integralgleichungsverfahren (Boundary-Element-Methode) zur Behandlung des Problems eines allgemeinen, gekoppelten viskoelastischen Normal- und Tangentialkontakts, das im Vergleich zur FEM nur geringen Rechenaufwand erfordert, sind den Autoren unbekannt.

3 Theoretische Betrachtung zum Rollkontaktproblem

3.1 Viskoelastisches Materialverhalten

Zur Vereinfachung der Untersuchung wird der Einfluß der Temperatur auf das Materialverhalten der Kunststoffe nicht berücksichtigt. Als Annahmen gelten, daß im ganzen Körper konstante Temperatur herrscht und die Werkstoffe linear, isotrop und viskoelastisch sind, also das Materialverhalten lediglich durch zwei zeitabhängige Funktionen beschrieben werden kann [11]. Hierbei handelt es sich um Kriech- bzw. Relaxationsfunktionen. Diese zwei unabhängigen Funktionen bei viskoelastischen Problemen entsprechen den zwei unabhängigen Konstanten bei isotropen elastischen Problemen. Geht man auf eine Laplace-transformierte Form über, so bestehen zwischen den viskoelastischen Größen entsprechende Beziehungen wie zwischen den elastischen Größen [11]. Bei der folgenden Betrachtung wird zusätzlich angenommen, daß die Querkontraktionszahl der betrachteten Kunststoffrolle nicht durch eine Relaxationsfunktion beschrieben wird, sondern konstant ist. Daher wird zur Beschreibung des viskoelastischen Materialverhaltens nur eine Kriech- bzw. Relaxationsfunktion benötigt [12].

Das viskoelastische Werkstoffgesetz läßt sich in Form eines aus Federn und Dämpfern bestehenden mechanischen Modells darstellen. In Bild 1 ist ein 3-Parameter-Modell des

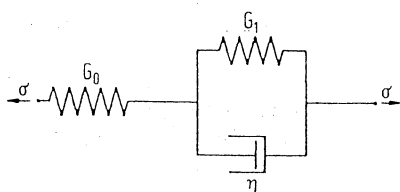


Bild 1. 3-Parameter-Modell

Standardkörpers gezeigt, das auch als Poynting- oder Standardkörper bezeichnet wird. Für das mechanische Modell ergibt sich der Zusammenhang zwischen einer konstanten Spannung und einer zeitabhängigen Verzerrung zu

$$\epsilon(t) = \sigma_0/G_0 [1 + f(1 - e^{-t/\tau})], \tag{1}$$

wobei man die Retardationszeit τ und das Steifigkeitsverhältnis f als

$$\tau = \eta/G_1, \quad f = G_0/G_1 \tag{2}$$

definiert. Man erhält die Kriechfunktion $J(t)$, indem man in Gl. (1) oder in Bild 2 $\sigma_0 = 1$ setzt. Das hier diskutierte

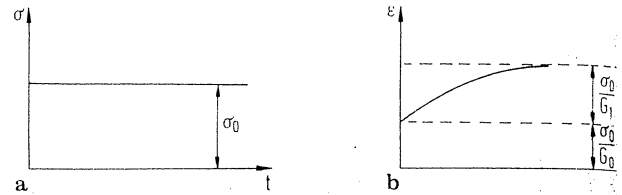


Bild 2a und b. Dehnungsretardation infolge konstanter Spannung; a konstante Spannung; b Kriechfunktion

3-Parameter-Modell wird für die Behandlung des viskoelastischen Kontaktproblems in der vorliegenden Arbeit durchgehend zugrunde gelegt. Das Kelvin-Modell und das Maxwell-Modell sind als Sonderfall im 3-Parameter-Modell enthalten

3.2 Konstitutive Beziehungen für einen viskoelastischen Halbraum

Unter konstitutiven Beziehungen versteht man im Sinne der Kontaktmechanik den Zusammenhang zwischen den Oberflächenverschiebungen und den Belastungen, die auf der Oberfläche eines Halbraums wirken (Bild 3). Die Untersuchung beschränkt sich auf den stationären Rollvorgang und betrachtet die Lasten bzw. Verschiebungen als zeitlich unabhängige Größen. Die konstitutiven Beziehungen für einen elastischen Halbraum wurden zunächst von Boussinesq im Cerruti [13] unter Anwendung der Potentialtheorie hergeleitet. Zur Ermittlung dieser Beziehung für einen viskoelastischen Halbraum wendet man die gleiche Vorgehensweise wie beim elastischen Halbraum an, allerdings in Verbindung mit der Verfahren der Laplace-Transformation. Wird die konstitutive Beziehung, ausgehend von dem zugrunde gelegten 3-Parameter-Modell, in einem mit einer konstanten Geschwindigkeit v_0 bewegten Koordinatensystem formuliert, so läßt sich diese Beziehung für einen ebenen Verzerrungszustand in folgender Form angeben [12]:

$$\begin{Bmatrix} u_x \\ u_z \end{Bmatrix} = \frac{1}{2\pi G} \left\{ \int_{-a}^b \mathbf{H}(x - \bar{x}) \cdot \mathbf{p}(\bar{x}) \, d\bar{x} + f \int_0^\infty \int_{-a}^b e^{-s} \mathbf{p}(\bar{x}) \mathbf{H}(x - \bar{x} + v_0 \tau s) \, d\bar{x} \, ds \right\} \tag{3}$$

mit dem Lastvektor $\mathbf{p}(x) = \{q(x), p(x)\}^T$, wobei die zweidimensionalen Einflußfunktionen durch die Form

$$\mathbf{H}(x) = \begin{bmatrix} -2(1-\nu) \ln|x| & -(1/2)\pi(1-2\nu) \operatorname{sgn}(x) \\ + (1/2)\pi(1-2\nu) \operatorname{sgn}(x) & -2(1-\nu) \ln|x| \end{bmatrix}$$

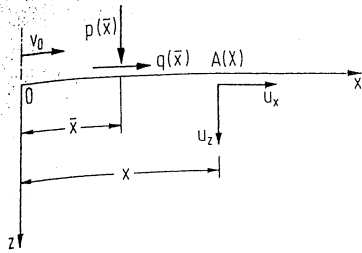


Bild 3. Oberflächenverschiebungen und Belastungen

mit

$$\text{sgn}(x) = \begin{cases} 1 & \text{für } x > 0, \\ 0 & \text{für } x = 0, \\ -1 & \text{für } x < 0 \end{cases} \quad (5)$$

dargestellt sind. In Gl. (3) ist ein konstanter Anteil weggelassen worden, der aber keine Rolle spielt, da im folgenden mit Ortsableitungen von u_x und u_z gearbeitet wird. Das Gebiet, auf dem die Lasten wirken, reicht von $x = -a$ bis $x = b$ in Rollrichtung und ist in Querrichtung (Walzenrichtung) unendlich. Aus den Integralgrenzen a und b erhält man die Halblänge a_0 der Kontaktfläche und die Exzentrizität e_0 (Verschiebung des geometrischen Mittelpunkts):

$$a_0 = (a + b)/2, \quad e_0 = (b - a)/2. \quad (6)$$

3.3 Grundgleichungen des Rollkontakts

Betrachtet werden zwei aufeinander abrollende Walzen mit den Tangentialgeschwindigkeiten $v^{(1)}$ und $v^{(2)}$. Die beiden Walzen werden mit einer konstanten Normalkraft N gegeneinander gepreßt. Die Berührbedingung lautet gemäß Bild 4 (z. B. [1])

$$\frac{d}{dx} \{u_z^{(1)} + u_z^{(2)}\} = -x \left\{ \frac{1}{r^{(1)}} + \frac{1}{r^{(2)}} \right\}. \quad (7)$$

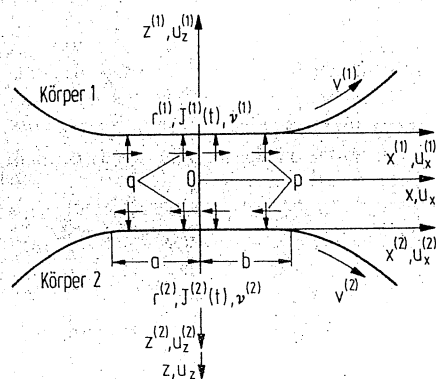


Bild 4. Zur Herleitung der kinematischen Beziehungen

Als kinematische Beziehung für das Tangentialkontaktproblem ergibt sich [12]

$$w(x) = s - \frac{d}{dx} \{u_x^{(1)} - u_x^{(2)}\}, \quad (8)$$

wobei die mittlere Rollgeschwindigkeit v_0 und der Starrkörperschlupf s als

$$v_0 = -1/2 [v^{(1)} + v^{(2)}], \quad s = [v^{(1)} - v^{(2)}]/v_0 \quad (9)$$

definiert sind. Hier bedeutet $w(x)$ den lokalen Schlupf, der sich durch Division der lokalen Relativgeschwindigkeit durch v_0 ergibt.

Die Rand- und Gleichgewichtsbedingungen für das Normalkontaktproblem sind [12]

$$p(x) \begin{cases} > 0 & \text{für } x \in \Omega \text{ (} \Omega \text{ Kontaktgebiet)}, \\ = 0 & \text{für } x \notin \Omega, \end{cases} \quad (10)$$

$$\int_{-a}^b p(x) dx = N. \quad (11)$$

Für das Tangentialkontaktproblem ergeben sich die Haft- und Gleitbedingungen in der Form [12]

$$q(x) = 0 \quad \text{für } x \notin \Omega, \quad (12a)$$

$$|q(x)| \leq \mu p(x), \quad w(x) \neq 0 \quad \text{für } x \in \Omega_h \text{ (Haftgebiet)}, \quad (12b)$$

$$q(x) = -\text{sgn}(w) \mu p(x), \quad w(x) \neq 0 \quad \text{für } x \in \Omega_g \text{ (Gleitgebiet)}, \quad (12c)$$

wobei μ konstanter Reibkoeffizient bedeutet, der sowohl für das Haftgebiet als auch für das Gleitgebiet gilt.

Setzt man die konstitutive Beziehung (3) gemäß Bild 4 in Gl. (7) und in Gl. (8) ein, so erhält man im allgemeinen zwei gekoppelte Integralgleichungen für die Spannungen $p(x)$ und $q(x)$ sowie die Kontaktfläche $2a_0$, die allerdings sehr kompliziert aussehen. (Auf die Darstellung derartiger Gleichungen wird hier verzichtet. Sie sind in [12] zu finden.) Als ein Sonderfall des Kontaktproblems ergeben sich zwei entkoppelte Integralgleichungen nur dann, wenn die Walzen aus gleichem Material bestehen. Eine Lösung des Integralgleichungssystems mit den nichtlinearen Randbedingungen (10) bis (12) ist nur numerisch mit Hilfe der EDV-Anlage möglich.

3.4 Lösungsmethode

Aufgrund des erforderlichen großen Aufwands zum Lösen eines gekoppelten Systems von Integralgleichungen werden die beiden Integralgleichungen mit einem Iterationsprozeß getrennt behandelt. Dabei wird das Iterationsverfahren von Kalker [5] auf das vorliegende viskoelastische Kontaktproblem angewendet. Wird Gl. (7) als charakteristische Gleichung des Normalkontakts mit „N“ und entsprechend Gl. (8) des Tangentialkontakts mit „T“ bezeichnet, dann wird das „N“-Problem unter vorgegebenem $q(x)$ gelöst. Für die erste Iteration kann $q(x) = 0$ angenommen werden. Mit dem durch Lösung von Gl. (7) ermittelten $p(x)$ löst man das „T“-Problem Gl. (8). Somit erhält man $q(x)$, setzt es wieder in Gl. (8) ein und löst erneut das „N“-Problem. Der Iterationsprozeß

$$,,N'' \rightarrow ,,T'' \rightarrow ,,N'' \rightarrow ,,T'' \rightarrow ,,N'' \rightarrow ,,T'' \dots$$

wird solange wiederholt, bis die gesuchten Spannungsverteilungen gegen die vorgegebene Genauigkeit konvergieren. Die Einzelheiten des Verfahrens und der hierbei erzielten Konvergenzeigenschaften sind in [5] ausgewiesen.

3.5 Rollreibungskraft

Unter Rollreibungskraft versteht man hier die resultierende Tangentialkraft, die im Kontaktgebiet zwischen zwei Rotationskörpern beim Abrollen auftritt. Wie schon in Abschnitt 2

erwähnt, besteht die Rollreibungskraft T im wesentlichen aus zwei Teilen, nämlich

$$T = T_w + T_R; \tag{12}$$

T_w Tangentialkraftanteil infolge der asymmetrischen Druckverteilung, T_R Tangentialkraftanteil infolge der Coulombschen Reibung (man nennt T_w auch Widerstandskraft). Beim elastischen Kontaktproblem ist T_w gleich oder nahezu gleich Null. Der Anteil T_R verschwindet nur dann, wenn die Walzen reibungsfrei aufeinander abrollen. Die Tangentialkraft aus Reibung errechnet sich zu

$$T_R = \int_a^b q(x) dx, \tag{13}$$

und die Widerstandskraft ist durch

$$T_w = \int_{-a}^b \sin[\alpha(x)] p(x) dx \tag{14}$$

definiert, wobei $\alpha(x)$ die Neigung der deformierten Oberfläche der Walze l ist. Die beiden Größen T_w und T_R sind aus der Lösung der Integralgleichungen (7) und (8) numerisch leicht zu ermitteln.

4 Numerische Ergebnisse

Mit dem in dieser Arbeit beschriebenen Verfahren war die Berechnung für die folgenden zwei Fälle durchzuführen:

- entkoppelter Normal- und Tangentialkontakt,
- gekoppelter Normal- und Tangentialkontakt.

Bei der Beispielrechnung werden die Normalkraft $N = 3000$ N und der Radius $r^{(1)} = 20$ cm der Walze bei allen Fällen zugrunde gelegt. Für die Darstellung der Ergebnisse ist es zweckmäßig, einen dimensionslosen charakteristischen Parameter in der Form

$$\zeta_0 = v_0 \tau / a_h \tag{15}$$

einzuführen. ζ_0 gibt das Verhältnis zwischen der Retardationszeit τ des Materials und einer halben „Kontaktzeit“ a_h/v_0 an, die ein Partikel bei der Hertzischen Lösung für das Durchlaufen der halben Kontaktfläche benötigt. Hierbei ist a_h die Halblänge der Kontaktfläche des Hertzischen Problems und v_0 die in Gl. (9) definierte mittlere Rollgeschwindigkeit. Erwähnt werden im folgenden zwei Grenzfälle für den Parameter:

- $\zeta_0 = 0$, d. h., die Retardationszeit τ oder die Rollgeschwindigkeit v_0 ist gleich Null, so daß das Material sich rein elastisch verhält. Damit geht das zugrunde liegende 3-Parameter-Modell über in ein 2-Feder-Modell, wie in Bild 5 dargestellt.
- $\zeta_0 = \infty$, d. h., die Rollgeschwindigkeit ist unbeschränkt. Auch bei diesem Fall ergibt sich nur rein elastisches Materialverhalten. Das 3-Parameter-Modell wird durch einen einzigen Elastizitätsmodul G_0 ersetzt. Dies entspricht dem Steifigkeitsverhältnis $f = 0$.

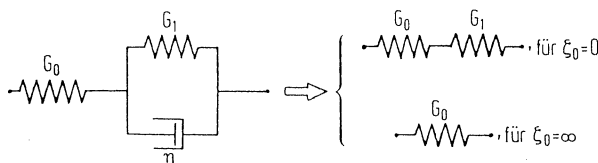


Bild 5. Zwei rein elastische Sonderfälle

Neben ζ_0 ist die Größe f auch ein ausschlaggebender Materialparameter. f beschreibt die „Stärke“ des viskoelastischen Materialverhaltens. Bei den folgenden numerischen Untersuchungen wird $f = 1$ (schwach viskoelastisch) bzw. $f = \infty$ (stark viskoelastisch) eingesetzt.

Bei der numerischen Berechnung werden neben den Spannungsverteilungen $p(x)$ und $q(x)$ im Kontaktgebiet auch die Spannungsverteilungen $\sigma_x(z)$ und $\sigma_z(z)$ im Körper sowie die maximale Schubspannung $\tau_1(z)$ bei $x = 0$ ermittelt. τ_1 ist definiert als

$$\tau_1 = 1/2 |\sigma_1 - \sigma_3|, \tag{16}$$

wobei σ_i ($i = 1, 2, 3$) die Hauptspannung bedeutet. Auf die Einzelheiten zur Ermittlung der Spannungen wird hier nicht weiter eingegangen.

4.1 Das entkoppelte Kontaktproblem

Ein entkoppeltes Kontaktproblem ergibt sich nur dann, wenn die beiden Walzen aus gleichem Material bestehen. In diesem Sonderfall werden der numerische Aufwand zum Lösen des Rollkontaktproblems und darüber hinaus die Rechenzeit erheblich verringert. Die bei der numerischen Berechnung verwendeten Werkstoffkennwerte wurden [8] für den Werkstoff POM entnommen. In Tabelle 1 sind alle Eingabedaten und die statische Lösung nach Hertz für die Halblänge a_h der Kontaktfläche und die Amplitude p_h der Druckverteilung zusammengestellt.

Tabelle 1. Angaben und Hertzische Lösung für das entkoppelte Kontaktproblem

Eigenschaft	Einheit	Walze 1	Walze 2
Elastizitätsmodul E	N/mm ²	3200	3200
Querkontraktionszahl ν	—	0,4	0,4
Federverhältnis f	—	1 (bzw. 9)	1 (bzw. 9)
Radius r	mm	200	∞
Normalkraft N	N		3000
Reibbeiwert μ	—		0,3
Halblänge a_h der Kontaktfläche	mm		8,96 ($f = 1$) 20,1 ($f = 9$)
Amplitude p_h der Druckverteilung	N/mm ²		21,3 ($f = 1$) 9,54 ($f = 9$)

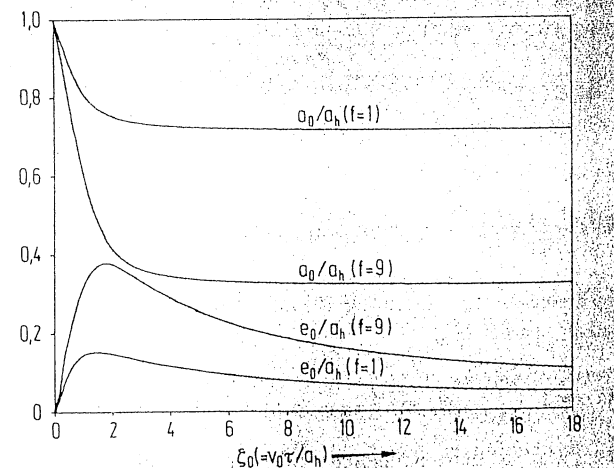


Bild 6. Halblänge a_0 der Kontaktfläche und Exzentrizität e_0 in Abhängigkeit von der Rollgeschwindigkeit

In den Bildern 6 bis 11 sind die numerischen Ergebnisse grafisch dargestellt. In Bild 6 ist der Verlauf der Halblänge a_0 der Kontaktfläche in Abhängigkeit vom Parameter ζ_0 ($= v_0 \tau / a_h$) bzw. der Rollgeschwindigkeit v_0 für unterschiedliche Materialparameter f zu sehen. Der abfallende Charakter mit Zunahme der Rollgeschwindigkeit ergibt sich bei beiden Kurven. Die in Bild 6 dargestellte Exzentrizität e_0 verschwindet wie beim Hertzischen Problem nur dann, wenn die Rollgeschwindigkeit entweder gleich Null oder unbeschränkt ist. Die maximale Abweichung von der Hertzischen Lösung ergibt sich bei $\zeta_0 = 1 \dots 2$. Die Widerstandskraft T_w , die in Bild 7 eingetragen ist, zeigt qualitativ die gleiche Tendenz der Abhängigkeit von der Rollgeschwindigkeit wie die Exzentrizität. Die normierte Größe T_w/N entspricht hier dem Reibbeiwert μ im Sinne der Coulombschen Reibung. Die Rollwiderstandskraft ist im Vergleich zur Rollwiderstandskraft infolge Coulombscher Reibung vor allem dann von Bedeutung, wenn der Coulombsche Reibbeiwert μ vergleichsweise klein ist (d. h. $\mu < 0,3$) oder wenn der Rollkontaktvorgang im Bereich geringen Schlupfes stattfindet, so daß es zu einer geringen Ausnutzung des Reibbeiwerts μ kommt.

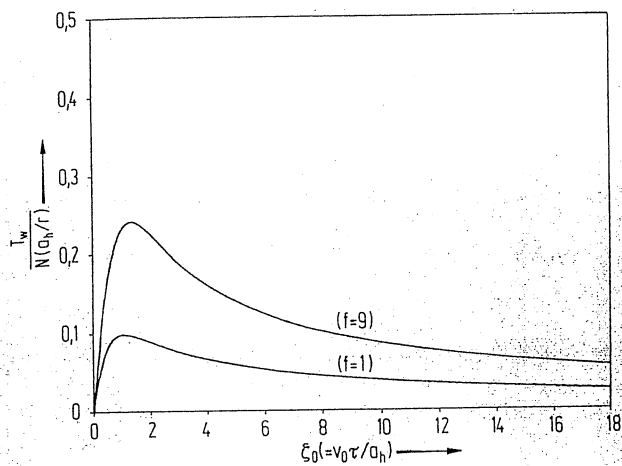


Bild 7. Widerstandskraft T_w in Abhängigkeit von der Rollgeschwindigkeit

Die Spannungsverteilung im Kontaktgebiet ist in Bild 8 für den Fall schwach viskoelastischen Materialverhaltens ($f = 1$) dargestellt, wobei die Abhängigkeit der Druckverteilung $p(x)$ von ζ_0 deutlich zu sehen ist. Es wurde festgestellt,

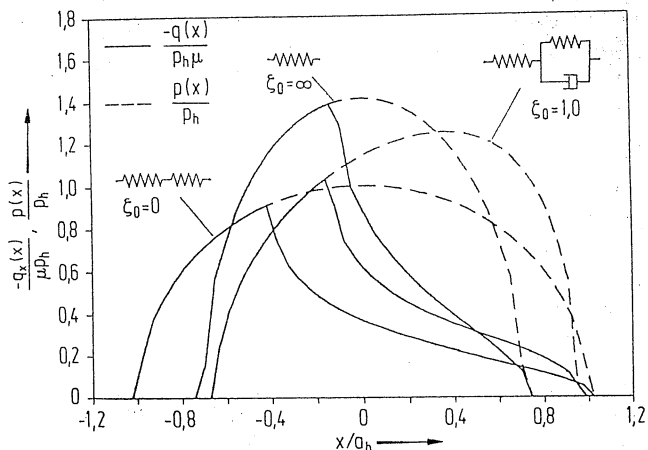


Bild 8. Normaldruck $p(x)$ und Tangentialspannung $q(x)$ im Kontaktgebiet für den Schlupf $s = 0,004$ und $f = 1$

daß die stärkste asymmetrische Druckverteilung sich wie die maximale Exzentrizität und Widerstandskraft für $\zeta_0 = 1 \dots 2$ ergibt. Im Vergleich zum rein elastischen Fall ergibt sich bei der Tangentialspannung $q(x)$ keine qualitative Veränderung.

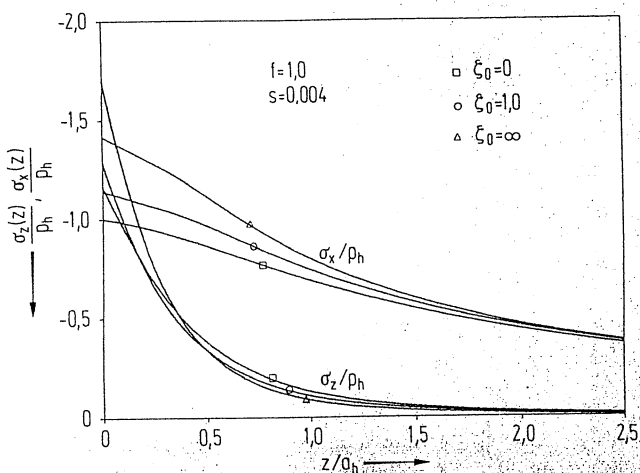


Bild 9. Normalspannungsverteilung σ_x und σ_z im Körper bei $x = 0$

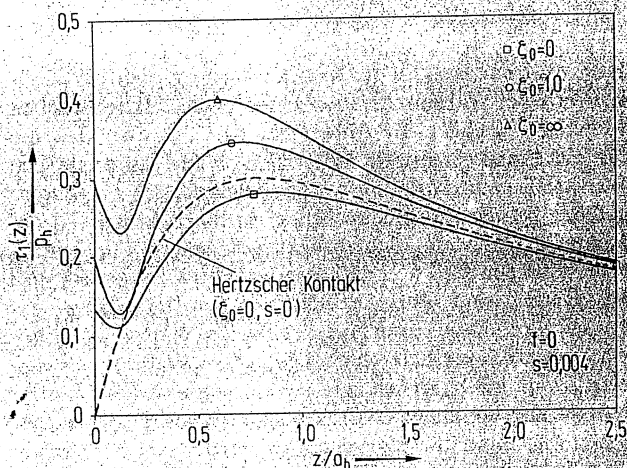


Bild 10. Maximale Schubspannung τ_1 im Körper bei $x = 0$

Die entsprechende Spannungsverteilung im Körper 2 bei $x = 0$ für σ_x und σ_z ist in Bild 9 und für τ_1 in Bild 10 dargestellt. Zusätzlich ist in Bild 10 auch noch der Verlauf von τ_1 für $\zeta_0 = 0$ und $s = 0$ (schlupffreier Fall) gestrichelt eingetragen. Aus den Kurven lassen sich folgende Schlußfolgerungen ziehen:

- Der Verlauf aller Kurven wird für $z/a_h > 1$ nur noch schwach von viskoelastischen Effekten beeinflußt.
- Im schlupffreien Fall wird die Schubspannung τ_1 an der Oberfläche ($z = 0$) zu Null. Bei Aufbringen eines Schlupfes bildet sich an der Oberfläche ein Wert τ_1 aus, der Maximalwert bleibt aber beim betrachteten Schlupf $s = 0,004$ weiterhin im Innern. Erst bei weiterer Schlupfsteigerung bildet sich der Maximalwert von τ_1 an der Oberfläche aus.
- Qualitativ ist der Verlauf der Spannungen in den beiden elastischen Grenzfällen und im viskoelastischen Fall gleich. Die Ermittlung der genauen Werte im viskoelastischen Fall erfordert die Verwendung eines EDV-Programms. Die Kraftschluß-Schlupf-Beziehung ist in Bild 11 angegeben. Gegenüber der bekannten elastischen Lösung von Carter [3] hängt hier die viskoelastische Kraftschluß-Schlupf-Kurve

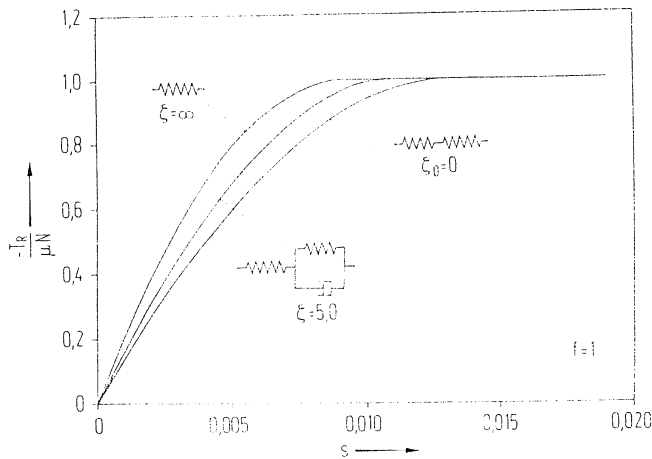


Bild 11. Kraftschluß-Schlupf-Kurve für das entkoppelte Kontaktproblem

auch von der Rollgeschwindigkeit ab. Die Neigung der Kurve nimmt mit der Steigerung der Rollgeschwindigkeit zu. Ein qualitativer Unterschied zu der Lösung von Carter ist nicht vorhanden.

4.2 Das gekoppelte Kontaktproblem

Hier wird ein Beispiel für den allgemeinen Fall des Rollkontakts bei Walzen aus unterschiedlichem viskoelastischen Material berechnet. In Anbetracht der Tatsache, daß die für die Praxis wichtigen Materialdaten für viskoelastische Werkstoffe kaum vorliegen, wird eine Beispielrechnung durchgeführt, bei der die entsprechende elastische Lösung [2], bekannt ist. Die Materialdaten werden so gewählt, daß sie im rein statischen Fall ($\zeta_0 = 0$) mit den Eingabeparametern in [2] identisch sind. Zur Vereinfachung der Darstellung wird bei der Berechnung nur eine der beiden Walzen als viskoelastischer Körper betrachtet. Die andere Walze ist als rein elastischer, im Vergleich zur ersten Walze nahezu starrer Körper angenommen. Die Materialdaten sowie andere Eingabegrößen und die statische Lösung nach Hertz sind in Tabelle 2 zusammengestellt.

Tabelle 2. Angaben und Hertzische Lösung für das gekoppelte Kontaktproblem

Eigenschaft	Einheit	Walze 1	Walze 2
Elastizitätsmodul E	N/mm ²	2100000	105000
Querkontraktionszahl ν	—	0,22	0,28
Federverhältnis f	—	0	1
Radius r	mm	200	200
Normalkraft N	N		3000
Reibbeiwert μ	—		0,1
Halblänge a_h der Kontaktfläche	mm		2,68
Amplitude p_h der Druckverteilung	N/mm ²		71,21

Bild 12 zeigt die Spannungsverteilungen $p(x)$ und $q(x)$ an der Kontaktfläche bei der Tangentialkraft $T_R = 0$. Die elastische Druckverteilung ist in den beiden Fällen $\zeta_0 = 0$ und $\zeta_0 = \infty$ nahezu symmetrisch. Dagegen stellt sich bei Normaldruck in der viskoelastischen Berechnung eine asym-

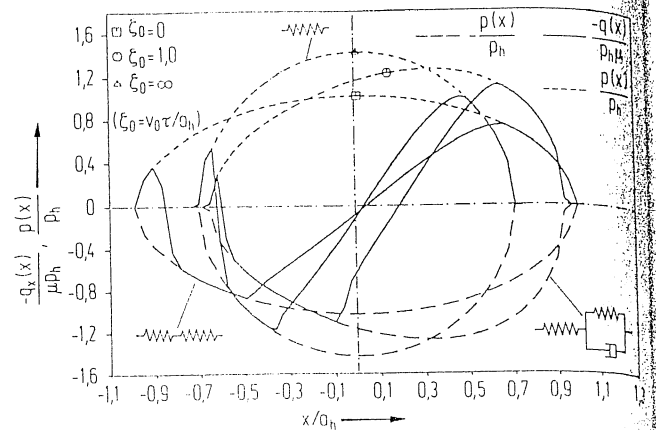


Bild 12. Normaldruck $p(x)$ und Tangentialspannung $q(x)$ im Kontaktgebiet bei $T_R = 0$

metrische Verteilung ein, allerdings keine qualitative Veränderung im Vergleich zu den entsprechenden Kurven im Abschnitt 4.1. Dies bedeutet, daß die Berücksichtigung der Schubspannung $q(x)$ für die Druckverteilung $p(x)$ beim viskoelastischen wie beim elastischen Rollkontakt nicht viel ausmacht. Die Tangentialspannung bei $T_R = 0$ hat sich gegen-

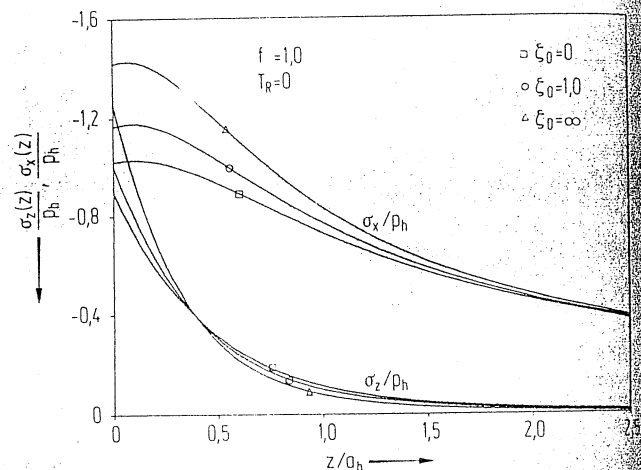


Bild 13. Normalspannungsverteilung σ_x und σ_z im Körper bei $x = 0$ und $T_R = 0$

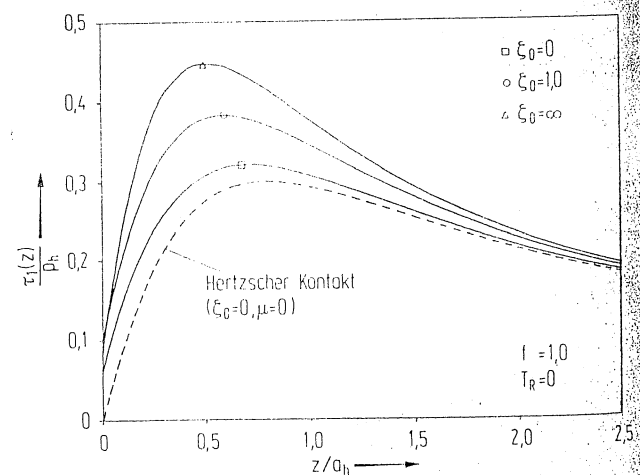


Bild 14. Maximale Schubspannung τ_1 im Körper bei $x = 0$ und $T_R = 0$

über den Ergebnissen in Bild 8 gravierend geändert. Hier treten mehrere Gleit- bzw. Haftgebiete im Kontaktbereich sowohl bei elastischer als auch bei viskoelastischer Berechnung auf, während sich beim entkoppelten Kontaktproblem (Abschnitt 4.1) nur eine Gleitfläche ergibt. Daß die Gleitfläche am Auslauftrand im Kontaktgebiet bei viskoelastischer Berechnung größer als bei elastischen Fällen ist, wird durch die asymmetrische Druckverteilung hervorgerufen.

Die Verteilung der Spannungen σ_x , σ_z und τ_1 im Körper (Bilder 13 und 14) zeigt eine ähnliche Tendenz wie im entkoppelten Fall. Ein Unterschied besteht hinsichtlich des Wertes von τ_1 an der Oberfläche: Obwohl für die resultierende Schlupfkraft $T_R = 0$ gilt, stellt sich an der Oberfläche ein von Null verschiedener Wert von τ_1 ein. Der Maximalwert von τ_1 wird jetzt übrigens nicht auf der Achse $x = 0$ liegen. Die Abweichungen gegenüber der Spannungsverteilung im Hertzchen Fall sind, solange $T_R = 0$ gilt, gering, da dann die maximale Schubspannung vorwiegend von der Druckverteilung $p(x)$ beeinflusst wird, die weiterhin nahezu symmetrisch ist. Auch hier erfordert eine ins Einzelne gehende Spannungsrechnung die Verwendung eines EDV-Programms.

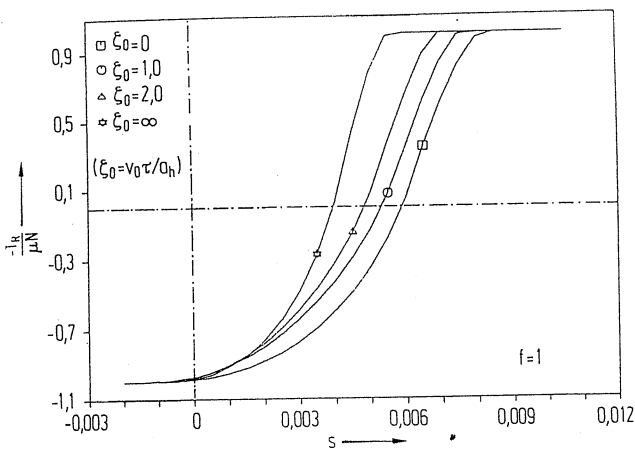


Bild 15. Kraftschluß-Schlupf-Kurve für das gekoppelte Kontaktproblem

Die Kraftschluß-Schlupf-Kurven in Bild 15 hängen jetzt von einer Reihe von Parametern ab, die eine Diskussion schwierig machen. Dies sind vor allem die Rollgeschwindigkeit, der Reibwert und die Materialkonstanten der beiden Walzen. Der auffallendste Unterschied zu den Kraftschluß-Schlupf-Kurven bei gleichem Material besteht darin, daß auch bei Schlupfkraft $T_R = 0$ ein Starrkörperschlupf vorhanden ist, der sogenannte Leerlaufschlupf. Außerdem sind die Kraftschluß-Schlupf-Kurven, auch wenn man die T_R -Achse um den Wert des Leerlaufschlupfes verschiebt, nicht mehr punktsymmetrisch. Beide Effekte treten bereits bei rein elastischen Walzen auf. Verschwindender Leerlaufschlupf und punktsymmetrische Kraftschluß-Schlupf-Kurven ergeben sich nur im Fall des entkoppelten Kontaktproblems (gleiche Materialien, Abschnitt 4.1).

In Bild 16 ist die Abhängigkeit des Leerlaufschlupfes von den Parametern ξ_0 und f dargestellt. Der Leerlaufschlupf s_L nimmt mit der Zunahme der Rollgeschwindigkeit ab. Der Abfall der Kurve erfolgt vorwiegend im Bereich von $\xi_0 = 0 \dots 5$. Das gilt sowohl für den Fall schwach viskoelastischen Materialverhaltens bei $f = 1$ als auch für den Fall stark viskoelastischen Materialverhaltens bei $f = 9$.

Bei der Berechnung wurde auch festgestellt, daß bei dem hier betrachteten Beispiel die Tangentialspannung $q(x)$ nur

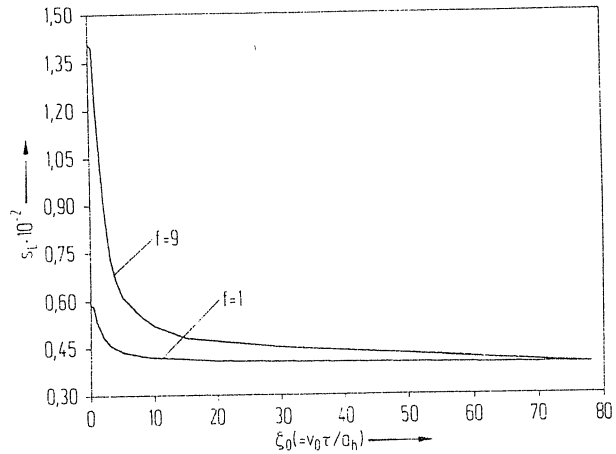


Bild 16. Leerlaufschlupf s_L in Abhängigkeit von der Rollgeschwindigkeit

wenig Einfluß auf die Normaldruckverteilung $p(x)$ und damit auf den gesamten Normalkontaktvorgang hat. Daher wird nicht weiter auf die Ergebnisse des Normalkontakts (Halblänge der Kontaktfläche, Exzentrizität und Rollwiderstandskraft infolge der Druckverteilung) eingegangen. Die Abhängigkeit solcher Kontaktgrößen von der Rollgeschwindigkeit, die bereits in Abschnitt 4.1 für das entkoppelte Kontaktproblem angegeben ist, gilt prinzipiell auch für das vorliegende gekoppelte Normal- und Tangentialkontaktproblem.

5 Schlußfolgerung und Ausblick

Mit der vorliegenden Arbeit ist das stationäre, viskoelastische Rollkontaktproblem sowohl für zwei Walzen aus gleichem als auch aus unterschiedlichem Material gelöst. Besonders im zweiten Fall ist wegen der vielen Einflußgrößen eine übersichtliche Zusammenfassung der Ergebnisse kaum möglich. Die Autoren stellen das entwickelte EDV-Programm Interessenten gern zur Verfügung.

Die vorliegende Untersuchung kann als Ausgangspunkt dienen, wenn die Erwärmung von Kunststoffwalzen bei fortgesetztem Überrollen untersucht werden soll. Hierzu müßte aus dem zeitlich veränderlichen Spannungszustand beim Überrollen die zugehörige veränderliche Dissipationsleistungsdichte ermittelt und als Wärmequelle in einer instationären Wärmeleistungsaufgabe eingesetzt werden. Es ließe sich dann prüfen, wie sich aufgrund einer bei vielfachem Überrollen einstellenden stationären Temperaturverteilung die Werkstoffkonstanten ändern. In einem nächsten Rechenschritt können dann in einer iterativen Rechnung diese veränderten Werkstoffdaten berücksichtigt werden, was allerdings erheblich aufwendiger wird, da die Materialkonstanten dann von der z -Koordinate abhängen. In jedem Fall ist hierzu die genaue Kenntnis der Materialkonstanten sowie deren Temperaturabhängigkeit erforderlich. Schon für einfache viskoelastische Materialien liegen kaum Informationen über alle Parameter des 3-Parameter-Modells vor. Ihre Bestimmung ist eine vordringliche Aufgabe für die Anwendung des hier beschriebenen Verfahrens.

Literatur

1. Bufler, H.: Beanspruchung und Schlupf beim Rollen elastischer Walzen. Forsch. Ing.wes. 27 (1961) H. 4, S. 121-126

2. Bentall, R. H.; Johnson, K. I.: Slip in the rolling contact of two dissimilar elastic rollers. *Int. J. Mech. Sci.* 9 (1967) No. 6, pp. 389-404
3. Carter, F. W.: On the action of locomotive driving wheel. *Proc. Roy. Soc. A112* (1926) No. A760, pp. 151-157
4. Kalker, J. J.: On the rolling contact of two elastic bodies in the presence of dry friction. Thesis, Delft Univ. of Technol. 1967
5. Kalker, J. J.: A course of contact mechanics. Delft Univ. of Technol. 1984
6. Hunter, S. C.: The rolling contact of a rigid cylinder with a viscoelastic half space. *J. Appl. Mech.* 28 (1961) No. 4, pp. 611-617
7. Morland, L. W.: Exact solutions for rolling contact between viscoelastic cylinders. *Q. J. Mech. Appl. Math.* 20 (1967) Part 1, pp. 73-106
8. Lütkebohle, H.: Roll- und Wälzreibung zylindrischer Räder aus thermoplastischen Kunststoffen. Diss. TU Berlin 1984
9. Goriocheva, I. G.: Contact problem of rolling of a viscoelastic cylinder on a base of the same material. *PMM* 37 (1973) No. 5, pp. 925-933
10. Oden, J. T.; Liu, T. L.: On the general rolling contact problem for finite deformations of a viscoelastic cylinder. *Comput. Meth. Appl. Mech. Engrg.* 57 (1986) No. 3, pp. 297-367
11. Christensen, R. M.: Theory of viscoelasticity. New York Academic Press 1971
12. Wang, G.; Knothe, K.: Theorie und numerische Behandlung des allgemeinen rollenden Kontaktes zweier viskoelastische Walzen. VDI Fortschr.-Ber., Reihe 1, Nr. 165. Düsseldorf VDI-Verlag 1988
13. Love, A. E. H.: A treatise on the mathematical theory of elasticity. 4th Edn. Cambridge: Cambridge Univ. Press 1957

Referate aus englischsprachigen Fachzeitschriften

Keramische Verbundwerkstoffe. Lewis, C. F.: Ceramic matrix composites: the ultimate materials dream. *Mater. Engng.* 105 (1988) No. 9, pp. 41-45; 8 Figs.

Viele Ingenieure betrachten keramische Faserverbundwerkstoffe als endgültige Werkstofflösung für Bauteile in schwierigen Umgebungsbedingungen, in denen herkömmliche Materialien schmelzen, korrodieren oder ausgewaschen werden. Heute schon wird Keramik in Fällen verwendet, in denen nur geringe Stoßkräfte zu erwarten sind. Die Bruchneigung steht nämlich in der Regel Anwendungen entgegen, in denen sie aufgrund ihrer chemischen Reaktionsträgheit oder ihres geringen Gewichts eigentlich die optimale Lösung böten.

Der Gedanke, Keramik zu modifizieren, um ihr adäquate Festigkeit zu geben, hat viel Forscher veranlaßt, nach Lösungen zu suchen. Den größten Erfolg versprechen die Keramik-Matrix-Verbundwerkstoffe (CMC Ceramic Matrix Composites), da eingelagerte Fasern bei weitem das wirkungsvollste Mittel sind, um die Festigkeit von Keramik zu erhöhen. Manche Werkstoffe haben eine Bruchfestigkeit, die über der von Aluminiumlegierungen liegt.

Verglichen mit Kunststoff- und Metall-Matrix-Verbundwerkstoffen, ist die Keramik-Matrix-Verbundwerkstofftechnologie relativ neu. Die erhöhte Festigkeit gegenüber anderer Keramik wird von drei Mechanismen bestimmt:

- Der Riß wird umgelenkt, wenn er auf die Faser trifft. Dies macht die Ausbreitung nichtgeradlinig. Da der Vorgang zusätzlich mehr Energie absorbiert, bewahrt er den Riß vor der Ausbreitung in die Normalspannungsrichtung und erfordert eine erhöhte Spannung, um den Riß voranzutreiben.
- Fasern oder Haarkristalle (Whiskers) überbrücken den Riß, helfen ihn zusammenzuhalten und vermindern dadurch die rißausweitenden Spannungen.
- Die Reibung der Fasern und Haarkristalle, die bei einem Riß aus der Matrix gezogen werden, absorbieren Energie, die sonst zur Ausbreitung des Risses geführt hätte.

Der Hauptunterschied zwischen verschiedenen Keramikfaser-Verbundwerkstoffen liegt in den unterschiedlichen Fasern, wie sie in den Herstellungsverfahren entstehen. Der Autor stellt verschiedene Keramikfaserstrukturen mit ihren abweichenden Eigenschaften vor.

Haarkristall-Verbundwerkstoffe haben ihre höhere Druckfestigkeit gegenüber reiner Keramik bewiesen. Trotzdem gibt es noch kein Material, das die Temperaturfestigkeit von 1360 °C, wie es in Maschineninnerräumen benötigt wird, zufriedenstellend erreicht. Die Schwierigkeiten bestehen darin, die Werkstoffeigenschaften auch bei erschwerten Umgebungsbedingungen beizubehalten. Beispielsweise kann die thermische Ausdehnung den Grad des Druckes auf die Haarkristalle verändern. Das heiße Material macht es den Fasern leichter oder schwerer, sich aus der Matrix zu ziehen, was die Schlagzähigkeit verändert.

Trotz der Schwierigkeiten, gute Verbundwerkstoffe herzustellen, gibt es inzwischen Schneidwerkzeuge aus Aluminium, die mit Silikon-Karbidkristallen verstärkt sind. Es kann Superlegierungen, gehärteten Stahl und abgeschreckten Guß bis zu 20mal schneller als andere Schneidstoffe spanen, weil es eine hohe Temperaturstabilität hat und härter ist.

Der Gebrauch von Titan-Diborid-Fasern macht die Verbundwerkstoffe elektrisch leitend und ermöglicht so eine Bearbeitung mit Funkenerodieranlagen. So wird erwartet, daß dieses Material kompliziert geformte Bauteile aus SiC-Werkstoffen ersetzt.

Schr.

Metallbänder. Philbin, S.: Metal belts challenging traditional drives. *Mach. Des.* 60 (1988) No. 29, pp. 68-72; 6 Figs., 3 Tables.

Früher waren Metallbänder bloße Laborkuriositäten, wenn mehr als steife Bänder mit sperrigen geschweißten Enden. Aber mit Elektronenstrahlen, Laserstrahlen und Dünntechnologie sind heute präzise Bänder aus rostfreiem Stahl, Titan sowie aus Legierungen dünner als 0,05 mm herzustellen.

Metallbänder lassen sich außer mit engen Toleranzen mit einer hohen Präzision perforieren. Sie werden mit komplizierten Werkzeugen zum Sortieren oder Fördern in Produktionsprozessen verwendet. Beschichtungen dienen, wenn nötig, zum Ändern der Gleiteigenschaften.

Metallbänder gelten oft als unflexibel; sie haben aber Eigenschaften, die von anderen Materialien nicht erreicht werden. Hierzu gehören

- hohes Kraft/Gewicht-Verhältnis; dünne Bänder aus Legierungen mit hoher Zugkraft haben wenig Masse und Trägheit;
- Dimensionsstabilität; Metallbänder ermöglichen ein genaues Timing und präzise Registrierung, weil sie nahezu nichtelastisch sind;
- leichtes Reinigen; rostfreier Stahl und rostfreie Legierungen sind inert, nichtabsorbierend und in aggressiven Prozessionsumgebungen zu verwenden (weiterhin können sie steril gehalten werden und eignen sich dadurch für die pharmazeutische Industrie als Transportmittel);
- hohe Temperaturfestigkeit; Metallbänder werden in Backöfen und Infrarotprozessen bis zu 370 °C verwendet;
- gute elektrische und thermische Leitfähigkeit; Metalllegierungen können nach ihren Wärmetransport-, elektrischen oder magnetischen Eigenschaften ausgewählt werden.

Metallbänder dienen als Reibantrieb, Timing- oder Positionierbar sowie als Bandantrieb. Jede Art hat bestimmte Konstruktionsmerkmale. Der Autor gibt Hinweise zum Konstruieren und Forme zur Berechnung der Bandspannung und Haltbarkeit an. Genaue Bestimmungen werden nur noch für kritische Anwendungsfälle erforderlich.

Schr.